

Contrôle continu d'électromagnétisme du 3 mars 2009

Durée : 1h30

I.- Champ magnétique produit par une puis deux spires

A) Soit une spire de rayon R et d'axe Oz parcourue par un courant d'intensité I (figure 1).

- 1) Etudier les symétries de cette distribution. En déduire la direction du champ magnétique $\mathbf{B}(M)$ en un point M quelconque de l'axe, à la distance z de l'origine.
- 2) $B(z)$ désigne la projection de $\mathbf{B}(M)$ sur la direction définie à la question 1). Quelle relation peut-on prévoir a priori entre $B(z)$ et $B(-z)$? Justifier.
- 3) On montre que la projection du champ magnétostatique créée par la spire au point M a pour expression :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{R^2}{R^2 + z^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

Que vaut $B_0 = B(O)$ au centre de la spire ?

- 4) On se place en un point M' hors de l'axe de la spire. Quel système de coordonnées proposez-vous pour étudier le champ $\mathbf{B}(M')$? En utilisant des considérations de symétrie, donner l'expression des 3 composantes de $\mathbf{B}(M')$ dans la base choisie et précisez, en le justifiant, de quelles variables elles dépendent. **On ne demande pas d'effectuer le calcul.**

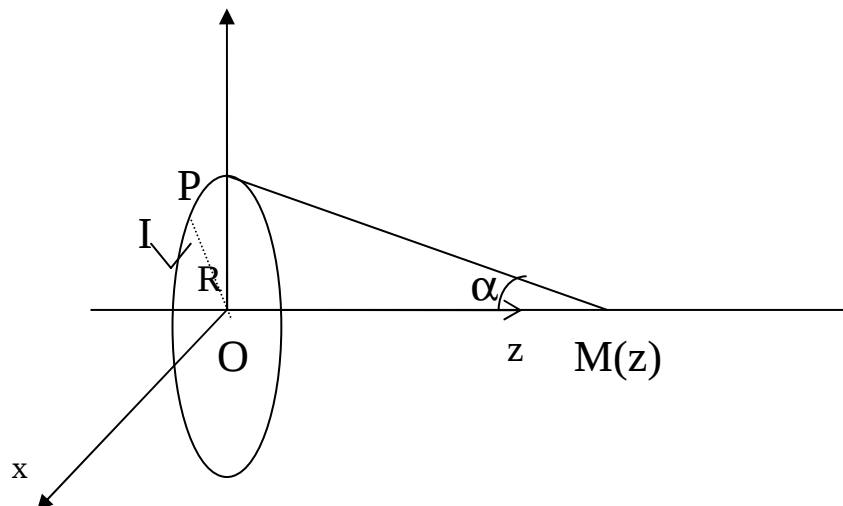


Figure 1

B) Deux bobines identiques à la précédente, de centres O_1 et O_2 et parcourues dans le même sens par un courant d'intensité I sont disposées sur le même axe Oz , O étant le milieu de O_1O_2 . O_1O_2 a la valeur R (figure 2). On se place en un point M , sur l'axe Oz , à l'intérieur des bobines ($-\frac{R}{2} \leq z \leq \frac{R}{2}$).

- 1) Exprimer l'intensité du champ $\mathbf{B}$ au point M en fonction de $u = \frac{z}{R}$ et de B_0 (défini à la question A3).
- 2) Calculer $\mathbf{B}$ en fonction de B_0 pour $u = 0$ (origine) et $u = 1/2$ ou $-1/2$ (centre des bobines). Que remarque-t-on ? Quel peut être l'intérêt de ce dispositif, aussi appelé bobines de Helmholtz ?

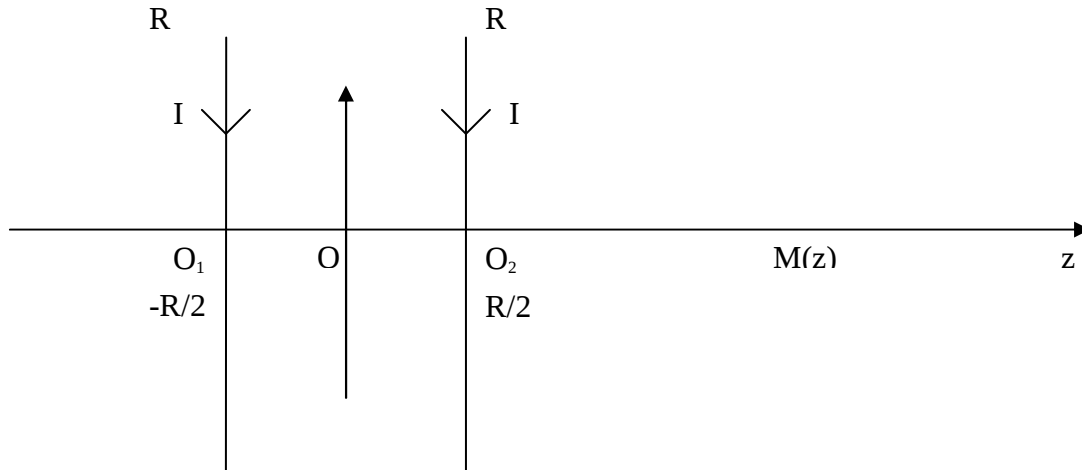


Figure 2

II– Freinage électromagnétique :

On désire calculer la force de Laplace qui s'exerce sur une spire plate circulaire de rayon R_2 placée dans un solénoïde semi-infini de rayon $R_1 \gg R_2$, et de même axe (Oz) que le solénoïde. La spire est parcourue par un courant constant d'intensité I_2 , dont l'orientation est donnée sur la figure 3:

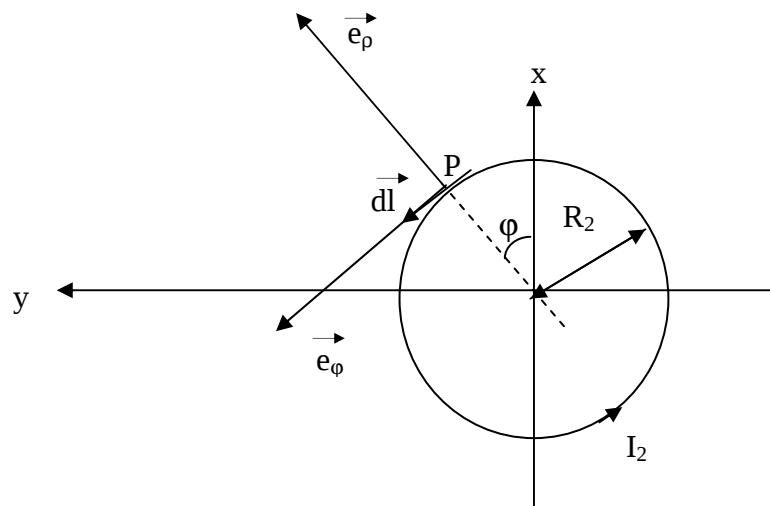


Figure 3

II-1- On cherche d'abord à calculer la force de Laplace exercée sur la spire dans le cas général où le champ magnétique est donné par $\vec{B} = B_\rho \vec{e}_\rho + B_z \vec{e}_z$, et où chacune des composantes B_ρ et B_z prend la même valeur en tout point de la spire.

II-1-a- Exprimez la force de Laplace $d\vec{F}$ exercée par le champ $\vec{B}$ sur l'élément $d\vec{l}$ de la spire centré sur un point P de la spire en fonction de I_2 , $d\vec{l}$ et $\vec{B}$.

II-1-b- Donnez l'expression du vecteur $d\vec{l}$ et déduisez en les composantes de la force $d\vec{F}$ dans la base locale $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ liée au point P, en fonction de I_2 , R_2 , $d\varphi$, B_ρ et B_z .

II-1-c- Déduisez-en l'expression de la force $d\vec{F}$ dans la base Cartésienne $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et montrez que $d\vec{F} = I_2 R_2 B_z \cos(\varphi) d\varphi \cdot \vec{e}_x + I_2 R_2 B_z \sin(\varphi) d\varphi \cdot \vec{e}_y - I_2 R_2 B_\rho d\varphi \cdot \vec{e}_z$.

II-1-d- En déduire les composantes dans la base cartésienne de la force de Laplace totale $\vec{F}$ exercée sur la spire.

II-2- On se place maintenant dans le cas particulier où la spire est située dans le solénoïde et loin de l'extrémité de celui-ci. Le champ magnétique étant alors donné par $B_z = B_{\text{int}}$ et $B_\rho = 0$, quelle est la force de Laplace totale $\vec{F}$ exercée sur la spire ? Qu'attendrait-on comme force de Laplace pour un circuit fermé dans un champ uniforme ?

II-3- On se place maintenant dans le cas particulier où la spire est située près de l'extrémité du solénoïde. Le champ magnétique étant alors donné par $B_z \neq 0$ et $B_\rho = K\rho \neq 0$, quelle est la force de Laplace totale $\vec{F}$ exercée sur la spire en fonction de K , R_2 et I_2 ?

II-4- Déduire des questions II-2 et II-3 qu'un mouvement de translation de la spire suivant (Oz) ne peut être freiné par la force de Laplace que lorsque la spire s'approche de l'extrémité du solénoïde.